天津商业大学 2021 年硕士研究生招生考试试题

专　　业：　统计学

科目名称：　概率论与数理统计（817）　　　　　

说明：答案标明题号写在答题纸上，写在试题纸上的无效。

一、单项选择题（每小题 2 分，共 40 分）

1. 设 A, B, C 是某个随机现象的三个事件，则事件“A, B, C 不全发生”可表示为（　）.

A. $A \cup B \cup C$　　　　B. $A \cap B \cap C$

C. $\bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C}$　　　　D. $\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$

2. 设 $P(A) = 0.5,\ P(B \mid A) = 0.6,$ 则 $P(A - B) =$（　　）.

A. 0.1　　　　B. 0.2

C. 0.3　　　　D. 0.4

3. 设 10 件产品中有 4 件不合格品，从中不放回地取两次，每次一件，则取出的第二件为不合格品的概率为（　　）.

A. 0.1　　　　B. 0.3

C. 0.4　　　　D. 0.6

4. 若 $X \sim N(2, \sigma^2)$，且 $P(2 < X < 4) = 0.3$，则 $P(X < 0) =$（　　）.

A. 0.2　　　　B. 0.3

C. 0.4　　　　D. 0.6

5. 随机变量 $X \sim B(2, p)$，且 $E(X) = 0.6$，则 $D(X) =$（　　）.

A. 0.21　　　　B. 0.27

C. 0.36　　　　D. 0.42

6. 设随机变量 X 和 Y 的方差分别为 $D(X) = 9, D(Y) = 4,$ 相关系数 $\rho(X, Y) = 0.5$，则 $D(X - Y + 1) =$（　　）.

A. 7　　　　B. 12

C. 13　　　　D. 19

7. 已知 $P(X \ge a, Y \ge a) = 0.3$，$P(X \ge a) = P(Y \ge a) = 0.6,$ 则 $P(\max\{X, Y\} \ge a) =$（　　）.

A. 0.1　　　　B. 0.3

C. 0.6　　　　D. 0.9

8. 设随机变量 X 和 Y 满足 $E(XY) = E(X)E(Y)$，则有（　　）.

A. $D(XY) = D(X)D(Y)$　　　　B. $D(X - Y) = D(X) - D(Y)$

C. X 与 Y 独立　　　　D. X 与 Y 不相关

9. 设随机变量 X 和 Y 服从标准正态分布，且已知 $P(X \le 2, Y \le -2) = 0.3$，则 $P(X > 2, Y > -2) =$（　　）.

A. 0.2　　　　B. 0.3

C. 0.4　　　　D. 0.6

10. 设随机变量 X 服从区间[4,5]上的均匀分布，且由契贝雪夫不等式知 $P(|X - 4.5| \le \varepsilon) \ge \frac{2}{3}$，则 $\varepsilon =$（　　）.

A. $\frac{1}{2}$　　　　B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{4}{3}$　　　　D. 2

11. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，σ^2 未知，欲通过样本 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 检验假设 $H_0: \mu = \mu_0;\ H_1: \mu \ne \mu_0$，样本均值和样本方差分别为 $\overline{x}$ 和 s^2，则应采用的统计量是（　　）.

A. $\dfrac{\overline{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$　　　　B. $\dfrac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$

C. $\dfrac{\overline{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$　　　　D. $\dfrac{\overline{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$

12. 以下关于 t 分布的描述中，错误的是（　　）.

A. t 分布是对称分布

B. 当 $n \to \infty$ 时，$t(n)$ 收敛于 $N(0,1)$

C. 若 $Y \sim t(n)$，则 $Y^2 \sim F(1, n)$

D. t 分布具有可加性

13. 若依赖于样本容量 n 的统计量 $\hat{\theta}_n$ 依概率收敛于 θ，则称 $\hat{\theta}_n$ 为 θ 的（　　）.

A. 无偏估计　　　　B. 相合估计

C. 有效估计　　　　D. 一致最小方差无偏估计

14. 以下关于参数估计的描述中，错误的是（　　）.

A. 矩估计的基本统计思想是替换原理

B. 参数的最大似然估计具有渐进正态性

C. 总存在参数的一致最小均方误差估计

D. 在充分统计量和一致最小方差无偏估计都存在的条件下，一致最小方差无偏估计总可以表示为充分统计量的函数

15. 以下方法中，可用于正态性检验的是（　　）.

A. W 检验　　　　B. t 检验

C. 游程检验　　　　D. 秩和检验

16. 设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 为未知参数，x_1,x_2 为样本，则以下 μ 的无偏估计量中较为有效的是（　　）.

A. $0.25x_1+0.75x_2$　　　　B. $0.5x_1+0.5x_2$

C. $0.8x_1+0.2x_2$　　　　D. $0.1x_1+0.9x_2$

17. 以下关于方差分析的基本假定中，不正确的是（　　）.

A. 每一总体都为正态总体

B. 各总体的方差相同

C. 所有的试验结果都是相互独立的

D. 相同因素不同因子水平下的试验次数必须相等

18. 现收集了 10 组变量 x 与 y 的数据 $(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,10)$，计算得

$$\sum_{i=1}^{10}x_i=50,\ \sum_{i=1}^{10}y_i=100,\sum_{i=1}^{10}x_iy_i=800,\ \sum_{i=1}^{10}x_i^2=350,$$

则 y 关于 x 的一元线性回归方程是（　　）.

A. $\hat{y}=-5+3x$　　　　B. $\hat{y}=3+5x$

C. $\hat{y}=-5-3x$　　　　D. $\hat{y}=3-5x$

19. $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 就来自总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，样本均值和样本方差分别为 $\overline{x}$ 和 s^2，以下结论错误的是（　　）.

A. $\overline{x} \sim N\left(\mu,\sigma^2/n\right)$　　　　B. $\dfrac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$

C. $\dfrac{\sqrt{n}(\overline{x}-\mu)}{s} \sim t(n)$　　　　D. $\dfrac{(\overline{x}-\mu)}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

20. 设总体 X 服从指数分布，其密度函数为

$$p(x;\theta)=\frac{1}{\theta}\exp\{-\frac{x}{\theta}\},\ x>0,\ \theta>0$$

则总体 X 的 Fisher 信息量 $I(\theta)=$（　　）.

A. θ　　　　B. θ^2

C. $\dfrac{1}{\theta}$　　　　D. $\dfrac{1}{\theta^2}$

二、计算与分析题 （本题共 70 分）

1.（本题 10 分）设随机变量 X 的密度函数为

$$p(x)=\frac{a}{1+x^2},\ -\infty<x<+\infty$$

求：(1) 常数 a 的值；(2) X 的分布函数；(3) $P(|X|<1)$.

2.（本题 10 分）甲，乙，丙三门高炮独立地同时向同一敌机射击，甲，乙，丙击中敌机的概率都为 0.4. 若只有一门高炮击中，则敌机坠毁的概率为 0.3；若两门高炮同时击中，则敌机坠毁的概率为 0.8；若三门高炮同时击中，则敌机坠毁的概率为 0.9；若没有被击中，则敌机不坠毁。

(1) 求敌机坠毁的概率；

(2) 若敌机已坠毁，求该机被三门高炮同时击中的概率。

3.（本题 15 分）设随机向量 (X,Y) 的联合概率密度为

$$p(x)=\begin{cases}Ae^{-(3x+4y)}, & x>0,y>0\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

(1) 求常数 A 的值；　　　(2) (X,Y) 关于 X 和 Y 的边际密度函数；

(3) $P(X+Y\le 1)$；　　　(4) 判断 X 与 Y 是否独立，并说明理由。

4.（本题 10 分）设总体 $X \sim B(n,p)$，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为取自 X 的样本，求参数 p 的最大似然估计。

5.（本题 10 分）为比较高校 A 和高校 B 学生的统计学成绩，采用统一试题对两校学生进行了测试，并从两校各抽取 100 名学生，对其成绩进行比较分析。从两校抽取学生的平均成绩分别为 89.2 和 91.3，两校全体学生成绩的方差分别为 90 和 106。在 0.05 显著性水平下，可否认为这两所学校的统计学成绩有差异。（$u_{0.975}=1.96$）

6.（本题 15 分）矿砂中镍的含量 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，现从一批矿砂中取样测得镍的含量（%）为：3.5，3.7，3.4，3.6，3.3，计算：

(1) 样本均值 $\bar{x}$ 及样本方差 s^2；

(2) 总体均值 μ 的 95%的置信区间；

(3) 总体方差 σ^2 的 95%的置信区间。

（$t_{0.975}(4)=2.7764,\chi^2_{0.975}(4)=11.1433,\chi^2_{0.025}(4)=0.4844$）

三、应用题 （本题共 40 分）

1.（本题 10 分）某公司经营某种原料，历史数据表明，这种原料每周的市场需求量 X（单位：吨）服从(10,30)上的均匀分布，公司的进货量为 10 到 30 之间的数量。公司每销售 1 单位该原料可获利 500 元；若供大于求，则超过需求量的部分需削价处理，每处理 1 单位亏损 100 元；若供不应求，则可以从外部调剂供应，此时每单位原料获利 30 元。求期望利润达到最大时每周的进货量。

2.（本题 10 分）某餐厅出售三种类型的盒饭，价格分别为 10 元、20 元和 30 元，该餐厅每天售出三种盒饭的概率分别为 0.3、0.5 和 0.2. 已知某天共售出盒饭 100 盒，试用中心极限定理计算该天销售额在 1760 元至 2040 元之间的概率。（$\Phi(2)=0.9772$）

3.（本题 10 分）假设有三种人造纤维 A、B、C，各种纤维的强度服从等方差的正态分布。现从每种人造纤维中抽出 7 根，测得其强度如下表：

A	6.8	6.7	6.5	6.9	6.7	6.2	6.4
B	7.1	6.4	7.2	7.4	6.1	6.2	7.3
C	6.1	5.7	5.8	6.0	5.8	6.6	6.1

利用统计软件对以上数据进行了方差分析，其部分结果如下表所示：

来源	平方和	自由度	均方	F
因子	①	②	⑤	⑦
误差	2.777	③	⑥	
总计	5.178	④		

(1) 填写表中①至⑦中的数据；

(2) 在显著性水平$\alpha=0.05$下，讨论三种纤维强度间有无显著差异。（$F_{0.95}(2,18)=3.55$）

4.（本题 10 分）一项关于是否应提高中小学课程中统计学所占比例的调查结果如下表：

年龄	同意	不同意	不确定	$\hat{p}_{i.}$
60 岁以上	32	28	14	0.3246
30-60 岁	44	21	17	0.3596
15-30 岁	47	12	13	0.3158
$\hat{p}_{.j}$	0.5395	0.2625	0.1930	

试在显著性水平$\alpha=0.05$下，检验年龄因素是否影响问题的回答。（$\chi^2_{0.95}(4)=9.4877$）