

安徽师范大学

2021 年硕士研究生招生考试初试试题

科目代码: 706

科目名称: 量子力学

一、(40 分) 简述与证明题

1. 简述波函数的物理意义。(10 分)
2. 请各举两个以上实验说明哪些实验支持光的波动性? 哪些实验支持光的粒子性? (10 分)
3. 轨道角动量算符 $\hat{\mathbf{L}} = \hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{p}}$, 证明: $[\hat{L}_y, \hat{p}_z] = i\hbar \hat{p}_x$ (10 分)
4. 证明厄米算符的本征值是实数。(10 分)

二、(20 分) 氢原子在 $t = 0$ 时处于如下波函数描述的状态:

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{3}{5} R_{10}(r) Y_{00}(\theta, \varphi) - \frac{2}{5} R_{21}(r) Y_{10}(\theta, \varphi) - \frac{2\sqrt{3}}{5} R_{21}(r) Y_{11}(\theta, \varphi)$$

- 求: (1) 能量的可能测值、概率及期望值; (5 分)
- (2) 轨道角动量平方 $\hat{L}^2$ 的可能测值、概率及期望值; (5 分)
- (3) $\hat{L}_z$ 的可能测值、概率及期望值; (5 分)
- (4) 磁矩 $\vec{\mathbf{M}} = -\frac{e}{2u} \hat{\mathbf{L}}$ 的 z 分量的期望值。(5 分)

三、(20 分) 一个质量为 m 的粒子在一维无限深势阱

$$U(x) = \begin{cases} \infty & x < 0, x > a \\ 0 & 0 \leq x \leq a \end{cases} \quad \text{中运动, 试求:}$$

- (1) 粒子的定态能级和本征函数; (10 分)
- (2) 如果 $t = 0$ 时刻粒子的状态由波函数 $\Psi(x, 0) = \frac{4}{\sqrt{a}} \sin \frac{\pi x}{a} \cos^2 \frac{\pi x}{a}$ 描述, 请问粒子能量的可能测值及相应概率, 粒子能量的期望值为何? (10 分)

四、(20 分) 线性谐振子的哈密顿算符为: $H^{(0)} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$, 受到微扰作用:

$$H' = \frac{\lambda}{2} m \omega^2 x^2, \quad |\lambda| \ll 1. \text{ 试用微扰方法求各能级至二级修正, 并和精确解比较.}$$

五、(20 分) 在 s_z 表象中电子自旋角动量算符: $\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$,

$$\hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

(1) 试求自旋算符 $\hat{S}_n = \hat{S}_x \cos \theta + \hat{S}_y \sin \theta$ 的本征值和态函数; (10 分)

(2) 在 $\chi(s_z) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 中, 测量 $\hat{S}_n$ 的可能值及其相应的概率。(10 分)

六、(30 分) 有一微观量子体系, 其态空间是三维的, 选择基矢为 $\{\phi_1, \phi_2, \phi_3\}$ 。已知哈密顿量 $\hat{H}$ 有如下性质: $\hat{H}\phi_1 = i\phi_2$, $\hat{H}\phi_2 = -i\phi_1$, $\hat{H}\phi_3 = 2\phi_3$ 。设 $t = 0$ 时体系状态为

$$\psi(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \phi_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \phi_3.$$

(1) 写出力学量 $\hat{H}$ 的矩阵表示; (10 分)

(2) 求力学量 $\hat{H}$ 的本征值和本征函数; (10 分)

(3) 求 t 时刻的状态波函数 $\psi(t)$ 。(10 分)