

2012 年博士学位研究生入学考试试题

科目代码: 2257 科目名称: 管理统计 满分: 100 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、计算题 (每题 15 分, 共 90 分) (可使用计算器)

1. 设有 40 台同类型机器, 各台机器工作是相互独立的, 每台机器发生故障的概率都是 0.05, 且一台机器发生故障只能由一个人处理。考虑以下两种检修方案:

方案 1: 4 人共同维护 40 台机器。

方案 2: 6 人分两组 (每组三人), 每组各负责维护 20 台机器。

求: 每种方案下机器不能被及时维修的概率 (计算结果以 r_k, s_k, h_k, v_k 表示,

记 $p = 0.05, r_k = C_{20}^k p^k (1-p)^{20-k}, s_k = C_{40}^k p^k (1-p)^{40-k}, h_k = \frac{20^k e^{-20}}{k!}, v_k = \frac{40^k e^{-40}}{k!}$)

2. 已知随机变量 (X, Y) 的密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} cx^2y, & x^2 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

试求: (1) 试确定常数 c ;

(2) 边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$;

(3) 随机变量 X 与 Y 是否相互独立, 为什么?

3. 设某指数分布的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\eta} e^{-x/\eta}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

试求: η ($\eta > 0$) 的极大似然估计。

4. 两个检查人员 A、B 分别对同一批均值为 μ , 方差为 σ^2 的产品进行质量评估, 然后再将他们的检查结果进行汇总评估。其流程为: 检查人员 A、B 分别从中抽

取了容量为 n_1, n_2 的两个独立样本, \bar{X}, \bar{Y} 分别是这两个样本的均值, 汇总后的结果为 $Z = a\bar{X} + b\bar{Y}$ 。试求:

(1) 参数 a, b 取何值, 能够使得 Z 为 μ 的无偏估计?

(2) 参数 a, b 取何值, 能够使得 $D(Z)$ 达到最小?

5. 为比较 A、B 两个班同一门课程 (英语) 的成绩, 随机抽取 A 班 9 名同学, 其平均得分和方差分别为 $\bar{X} = 81.31, S_x^2 = 60.76$ 。随机抽取 B 班 15 名同学, 其

平均得分和方差分别为 $\bar{Y} = 78.61, S_y^2 = 48.24$ 。假设样本均来自正态总体且这两个

正态总体的方差相等, 但参数均未知, 这两个样本相互独立。求: 这两个班的英语成绩是否有显著差别? (显著性水平 $\alpha = 0.10$)?

$t_{0.05}(22) = 1.7171 \quad t_{0.05}(24) = 1.7109 \quad F_{0.05}(8,14) = 2.70 \quad F_{0.05}(9,15) = 2.59$

6. 某分销商以每件 14 元的批发价从制造商处购得某产品, 然后以每件 20 元的零售价在市场上销售。对于未售出的滞销产品只能另行处理, 其残值为每件 9 元。市场需求是随机的, 需求情况如下表所示:

市场需求 (件)	70	80	90	100
概率	0.25	0.35	0.25	0.15

站在分销商的角度, 试求:

分销商最优订货量为多少时其期望利润为最大? (为简便起见, 假设订货量只能为 70、80、90 或 100 件)

二、证明题 (10 分)

1. 因变量 y 与自变量 x 之间存在某种关系。现有 n 个样本: $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$,

拟采用一元线性回归模型 $\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i$ 对这 n 个样本进行回归分析。要求:

(1) 试写出参数 b_0, b_1 的表达式;

(2) 对问题 (1) 进行证明。