

2012 年博士学位研究生入学考试试题

科目代码: 2214 科目名称: 量子理论 满分: 100 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

1. (10 分) 证明厄密算符的本征值是实数。
2. (10 分) 证明在 l_z 的本征态下, $\bar{l}_x = 0$ 。
3. (10 分) 设体系处于 $\psi = C_1 Y_{11} + C_2 Y_{20}$ 状态 (已归一化), 求:
 - (1) l_z 的可测值及平均值; (2) l^2 的可测值及相应的概率。
4. (15 分) 氢原子处于状态 $\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} \psi_{210} - \frac{\sqrt{3}}{2} \psi_{21-1}$, 求氢原子能量、角动量平方及角动量 Z 分量的可能值、这些可能值出现的几率和这些力学量的平均值。
5. (15 分) 设已知在 \hat{L}^2 和 \hat{L}_z 的共同表象中, 算符 \hat{L}_x 的矩阵为

$$L_x = \frac{\hbar\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$
 求它的本征值和本征函数。
6. (15 分) 证明 $\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_z = i$
7. (15 分) 设一体系未受微扰作用时有两个能级: E_{01} 和 E_{02} , 现在受到微扰 $H' = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ 作用, a, b 是实数, 求能量至二级修正。

以下三题任选一题

8. (10 分) 用测不准关系估算氢原子基态能量。
9. (10 分) 求线形谐振子偶级跃迁选择定则。
10. (10 分) 求在自旋态 $\chi_{\frac{1}{2}}(s_z)$ 中, \hat{S}_x 和 \hat{S}_y 的不确定关系:

$$\overline{(\Delta S_x)^2} \cdot \overline{(\Delta S_y)^2} = ?$$