**三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17．（本小题满分12分）

**设向量**

**（I）若**

**（II）设函数**

【解析】：$\left(Ⅰ\right)$由$\left|a\right|^{2}=\left(\sqrt{3}\sin(x)\right)^{2}+\left(\sin(x)\right)^{2}=4sin^{2}x$

$\left|b\right|^{2}=\left(\cos(x)\right)^{2}+\left(\sin(x)\right)^{2}=1$.

$\left|a\right|=\left|b\right|$**,**得4$sin^{2}x=1$,又$x\in \left[0,\frac{π}{2}\right]$.从而$\sin(x)=\frac{1}{2}$.所以$x=\frac{π}{6}$.

$\left(Ⅱ\right)f\left(x\right)=a∙b=\sqrt{3}\sin(x)\cos(x)+sin^{2}x$,

**=**$\frac{\sqrt{3}}{2}\sin(2x)-\frac{1}{2}\cos(2x)+\frac{1}{2}$=$\sin(\left(2x-\frac{π}{6}.\right)+)\frac{1}{2}$

当$x=\frac{π}{3}$∈$\left[0,\frac{π}{2}\right]$时，$\sin(\left(2x-\frac{π}{6}.\right))$取最大值1

所以$f\left(x\right)$的最大值为$\frac{3}{2}$

18．（本小题满分12分）

如图，

**（I）求证：**

**（II）设**

****

$\left(Ⅰ\right)$.由AB是圆O的直径.得AC⊥BC.由PA⊥平面ABC,BC⊂平面ABC.得PA⊥BC

又PA∩AC=A.PA⊂平面PAC.AC⊂平面PAC.所以BC⊥平面PAC

$\left(Ⅱ\right)$**.**连QG并延长交AC与M,连接QM,QO.由G为∆AOC的重心.得M为AC中点.

得QM*∥*PC又O为AB中点，得OM*∥*BC,因为QM∩MO=M,QM⊂平面QMO, QO⊂平面QMO.

BC∩PC=C. BC⊂平面PBC. PC⊂平面PBC.所以平面QMO*∥*平面PBC.

因为QG⊂平面QMO. 所以QG*∥*平面PBC

19．（本小题满分12分）

现有6道题，其中4道甲类题，2道乙类题，张同学从中任取3道题解答.试求：

（I）所取的2道题都是甲类题的概率；

（II）所取的2道题不是同一类题的概率.

$\left(Ⅰ\right)$.将4道甲类题依次编号为1，2，3，4：2道乙类题依次编号为5，6.任取2道题，基本事件为：$\left\{1，2\right\}.\left\{1，3\right\}.\left\{1，4\right\}.\left\{1，5\right\}.\left\{1，6\right\}.\left\{2，3\right\}.\left\{2，4\right\}.\left\{2，5\right\}.\left\{2，6\right\}.$

$\left\{3，4\right\}.\left\{3，5\right\}.\left\{3，6\right\}.\left\{4，5\right\}.\left\{4，6\right\}.\left\{5，6\right\}$共15个.而且这些基本事件的出现是等可能的.

用A表示’’都是甲类题’’这一事件.则A包含的基本事件有$\left\{1，2\right\}.\left\{1，3\right\}.\left\{1，4\right\}. \left\{2，3\right\}.\left\{2，4\right\}. \left\{3，4\right\}$.共6个.所以P$\left(A\right)=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$.

$ \left(Ⅱ\right)$. 基本事件同$\left(Ⅰ\right)$.用B表示’’不是同一类题’’这一事件,则B包含的基本事件有$\left\{1，5\right\}.\left\{1，6\right\}.\left\{2，5\right\}.\left\{2，6\right\}.\left\{3，5\right\}.\left\{3，6\right\}.\left\{4，5\right\}.\left\{4，6\right\}.$共8个,所以P$\left(B\right)=\frac{8}{15}$

20．（本小题满分12分）

如图，抛物线





**（I）****；**

**（II）**



**[解析] （I）因为抛物线**$C\_{1}$**:**$x^{2}$**=4**$ y$**上任意一点**$\left(x,y\right)$**的切线斜率为**$y^{'}=\frac{x}{2}$**.且切线MA的斜率为−**$\frac{1}{2}$**，所以A点的坐标为**$\left(-1，\frac{1}{4}\right)$**.故切线MA的方程为**

$$y=-\frac{1}{2}\left(x+1\right)+\frac{1}{4}$$

**因为M**$\left(1-\sqrt{2}，y\_{0}\right)$**在切线MA与抛物线**$C\_{2}$**上。于是**

$$y\_{0}=-\frac{1}{2}\left(2-\sqrt{2}\right)+\frac{1}{4}=-\frac{3-2\sqrt{2}}{4}$$

$$y\_{0}=-\frac{\left(1-\sqrt{2}\right)^{2}}{2p}=-\frac{3-2\sqrt{2}}{2p}$$

**所以 P=2**

**（II）设N**$\left(x,y\right)$**.A**$\left(x\_{1},\frac{x\_{1}^{2}}{4}\right)$ **,B**$\left(x\_{2},\frac{x\_{2}^{2}}{4}\right)$**.**$x\_{1}\ne x\_{2}$**,由N为线段AB中点知**

$$x=\frac{x\_{1}+x\_{2}}{2}$$

$$y=\frac{x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}}{8}$$

**切线MA,MB的方程为**$$y=\frac{x\_{1}}{2}\left(x-x\_{1}\right)+\frac{x\_{1}^{2}}{4}$$

$$y=\frac{x\_{2}}{2}\left(x-x\_{2}\right)+\frac{x\_{2}^{2}}{4}$$

**MA,MB的交点M**$\left(x\_{0},y\_{0}\right)$**的坐标为**$$x\_{0}=\frac{x\_{1}+x\_{2}}{2}$$

$$y\_{0}=\frac{x\_{1}x\_{2}}{4}$$

**又M**$\left(x\_{0},y\_{0}\right)$**在**$C\_{2}$**上，即**$x\_{0}^{2}=-4y\_{0}$**,所以**$x\_{1}x\_{2}=- \frac{x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}}{6}$

**所以**$x^{2}=\frac{4}{3}y$**,**

**当**$x\_{1}=x\_{2}$**时也满足所以AB中点轨迹方程为**$x^{2}=\frac{4}{3}y$

21．（本小题满分12分）

（I）证明：当

（II）若不等式取值范围.

**【解析】（I）记F**$\left(x\right)=\sin(x)-\frac{\sqrt{2}}{2}x$**,则**$F^{'}\left(x\right)=\cos(x)-\frac{\sqrt{2}}{2}$**当**$x$**∈**$\left(0，\frac{π}{4}\right)$**时，**$F^{'}\left(x\right)>0$**, F**$\left(x\right)$**在**$\left[0，\frac{π}{4}\right]$**上是增函数；当**$x$**∈**$\left(\frac{π}{4}，1\right)$**时，**$F^{'}\left(x\right)<0$**, F**$\left(x\right)$**在**$\left[\frac{π}{4}，1\right]$**上是减函数；又F**$\left(0\right)=0$**，F**$\left(1\right)>0$**,所以当**$x$**∈**$\left[0，1\right]$**时F**$\left(x\right)\geq 0$**.即**$\sin(x)\geq \frac{\sqrt{2}}{2}x$

**记H**$\left(x\right)=\sin(x)-x$**，则当**$x$**∈**$\left(0，1\right)$**时，**$H^{'}\left(x\right)=\cos(x)-1$**<0，所以H**$\left(x\right)$**在**$\left[0，1\right]$**上是减函数，则H**$\left(x\right)\leq H\left(0\right)=0$**，即**$\sin(x)\leq x$

**综上，**$\frac{\sqrt{2}}{2}x$**≤**$\sin(x)\leq x$**，**$x$**∈**$\left[0，1\right]$

**（II）解法一**

**因为当**$x$**∈**$\left[0，1\right]$**时**

$$ax+x^{2}+\frac{x^{3}}{2}+2\left(x+2\right)\cos(x)-4=\left(a+2\right)x+x^{2}+\frac{x^{3}}{2}-4\left(x+2\right)sin^{2}\frac{x}{2}$$

**≤**$\left(a+2\right)x+x^{2}+\frac{x^{3}}{2}-4\left(x+2\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{4}x\right)^{2}$

**=**$\left(a+2\right)x$

**所以，当**$a\leq -2$**时，不等式**$ax+x^{2}+\frac{x^{3}}{2}+2\left(x+2\right)\cos(x)\leq 4$**对**$x$**∈**$\left[0，1\right]$**恒成立**

**下面证明，当**$a>-2$**时，不等式**$ax+x^{2}+\frac{x^{3}}{2}+2\left(x+2\right)\cos(x)\leq 4$**对**$x$**∈**$\left[0，1\right]$**不恒成立**

**因为**$x$**∈**$\left[0，1\right]$**时，**$$ax+x^{2}+\frac{x^{3}}{2}+2\left(x+2\right)\cos(x)-4=\left(a+2\right)x+x^{2}+\frac{x^{3}}{2}-4\left(x+2\right)sin^{2}\frac{x}{2}$$

**≥**$\left(a+2\right)x+x^{2}+\frac{x^{3}}{2}-4\left(x+2\right)\left(\frac{x}{2}\right)^{2}$

**=**$\left(a+2\right)x-x^{2}-\frac{x^{3}}{2}$

**≥**$\left(a+2\right)x-\frac{3}{2}x^{2}$

**=**$-\frac{3}{2}x\left[x-\frac{2}{3}\left(a+2\right)\right]$

**所以存在**$x\_{0}\in \left(0，1\right)$**（例如**$x\_{0}$**取**$\frac{a+2}{5}$**和**$\frac{1}{2}$**中的较小值）满足**

$$ax\_{0}+x\_{0}^{2}+\frac{x\_{0}^{3}}{2}+2\left(x\_{0}+2\right)\cos(x\_{0})-4>0$$

**即当a>−2时，**$ax+x^{2}+\frac{x^{3}}{2}+2\left(x+2\right)\cos(x)-4$**≤0对**$x$**∈**$\left[0，1\right]$**不恒成立。**

**综上，实数a的取值范围是（−∞，−2]**

**解法二**

**记**$f\left(x\right)=ax+x^{2}+\frac{x^{3}}{2}+2\left(x+2\right)\cos(x)-4$**，**

**则**$f^{'}\left(x\right)=a+2x+\frac{3x^{2}}{2}+2\cos(x)-2\left(x+2\right)\sin(x)$**，**

**记G**$\left(x\right)=f^{'}\left(x\right)$**,则**$G^{'}\left(x\right)$**=2+3**$ x-4\sin(x)-2\left(x+2\right)\cos(x)$

**当**$x\in \left(0，1\right)$**时，**$\cos(x)$**>**$\frac{1}{2}$**,因此**$G^{'}\left(x\right)$**<2+3**$ x-4\frac{\sqrt{2}}{2}x-\left(x+2\right)=\left(2-2\sqrt{2}x\right)<0$

**于是**$f^{'}\left(x\right)$**在**$\left[0，1\right]$**上是减函数，因此，当**$x\in \left(0，1\right)$**时，**$f^{'}\left(x\right)<f^{'}\left(0\right)=0$**，即**

**当**$a\leq -2$**时，**$ax+x^{2}+\frac{x^{3}}{2}+2\left(x+2\right)\cos(x)-4$**≤0对**$x$**∈**$\left[0，1\right]$**不恒成立。**

**下面证明，当**$a>-2$**时，下面证明，当**$a>-2$**时，不等式**$ax+x^{2}+\frac{x^{3}}{2}+2\left(x+2\right)\cos(x)\leq 4$**对**$x$**∈**$\left[0，1\right]$**不恒成立，**

**由于**$f^{'}\left(x\right)$**在**$\left[0，1\right]$**上是减函数，且**$f^{'}\left(0\right)$**=**$ a+2$**>0，**$f^{'}\left(1\right)$**=**$a+\frac{7}{2}+2\cos(1)-6\sin(1当)a$**≥6**$\sin(1)-2\cos(1)$**−**$\frac{7}{2}$**时，**$f^{'}\left(1\right)\geq 0$**，所以当**$x\in \left(0，1\right)$**时，**$f^{'}\left(x\right)>0$**，因此**

$f\left(x\right)$**在**$\left[0，1\right]$**上是增函数，故**$f\left(1\right)>f\left(0\right)=0$

**当**$-2<a$**<6**$\sin(1)-2\cos(1)$**−**$\frac{7}{2}$**时，**$f^{'}\left(1\right)<0$**，又**$f^{'}\left(0\right)$**>0，故存在**$x\_{0}\in \left(0，1\right)$**使**

$f^{'}\left(x\_{0}\right)$**=0则当0<x<**$x\_{0}$**时，**$f^{'}\left(x\right)$**>**$f^{'}\left(x\_{0}\right)$**=0所以**$f\left(x\right)$**在**$\left[0，x\_{0}\right]$**上是增函数，所以当**$x\in \left(0,x\_{0}\right)$**时，**$f\left(x\right)>f\left(0\right)=0$

**所以当**$a>-2$**时，不等式**$ax+x^{2}+\frac{x^{3}}{2}+2\left(x+2\right)\cos(x)\leq 4$**对**$x$**∈**$\left[0，1\right]$**不恒成立，**

**综上，实数a的取值范围是（−∞，−2]**

请考生在第22、23、24三题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分。作答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应题号下方的方框涂黑。

22．（本小题满分10分）选修4-1：几何证明选讲

如图，



（I）

（II）



**解析（I）由直线CD与圆O相切，得∠CEB=∠EAB由AB为圆O的直径，得AE⊥EB,从而∠EAB+∠EBF=**$\frac{π}{2}$**,又EF⊥AB，得∠FEB+∠EBF=**$\frac{π}{2}$**,从而∠EAB=∠FEB，故∠FEB=∠CEB**

**（II）由BC⊥CE,EF⊥AB, ∠FEB=∠CEB,BE是公共边，得Rt⊿BCE≅ Rt⊿AFE,得AD=AF,又在Rt⊿AEB中，EF⊥AB,故**$EF^{2}=AF∙BF$**,所以**$EF^{2}=AD∙BC$

23（本小题满分10分）选修4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系中以为极点，轴正半轴为极轴建立坐标系.圆，直线的极坐标方程分别为.

（I）

（II）



**[解析] （I）圆**$C\_{1}$**的直角坐标方程为**$x^{2}+\left(y-2\right)^{2}=4$**,直线**$C\_{2}$**的直角坐标方程为**$x+y-4=0$**,解**$\left\{\begin{array}{c}x^{2}+\left(y-2\right)^{2}=4,\\x+y-4=0\end{array}\right.$**得**$\left\{\begin{array}{c}x\_{1}=0\\y\_{1}=4\end{array}\right.$**,**$ \left\{\begin{array}{c}x\_{2}=2\\y\_{2}=2\end{array}\right.$**,所以交点的极坐标为**$\left(4，\frac{π}{2}\right)$**，**$\left(2\sqrt{2}，\frac{π}{4}\right)$

**注不唯一**

**（II）P,Q的直角坐标为**$\left(0，2\right)，\left(1，3\right)$ **PQ的直角方程为**$x-y+2=0$**，由参数方程可得**$y=\frac{b}{2}x-\frac{ab}{2}+1$**所以**$\left\{\begin{array}{c}\frac{b}{2}=1\\-\frac{ab}{2}+1=2\end{array}\right.$**解得**$a=-1,b=2$

24．（本小题满分10分）选修4-5：不等式选讲

已知函数

（I）

（II）



【解析】（I）当$a=2$**时，**$f\left(x\right)+\left|x-4\right|=\left\{\begin{array}{c}-2x+6,x\leq 2\\2, 2<x<4\\2x-6,x\geq 4\end{array}\right.$

**当**$x\leq 2$**时，由**$f\left(x\right)\geq 4-\left|x-4\right|$**得**$-2x+6\geq 4，$**解得**$x\leq 1$

当$2<x<4$**时，**$f\left(x\right)\geq 4-\left|x-4\right|$**无解**

当$x\geq 4$**时，**$f\left(x\right)\geq 4-\left|x-4\right|$**的解集为**$2x-6\geq 4$**解得**$x\geq 5$

**所以**$f\left(x\right)\geq 4-\left|x-4\right|$**的解集为**$\left\{\left.x\right|x\leq 1或x\geq 5\right\}$

（II）记$h\left(x\right)= f\left(2x+a\right)-2f\left(x\right)$**,则**$h\left(x\right)=\left\{\begin{array}{c}-2a,x\leq 0\\4x-2a,0<x<a\\2a,x\geq a\end{array}\right.$

由$\left|h\left(x\right)\right|\leq 2$，解得$\frac{a-1}{2}\leq x\leq \frac{a+1}{2}$

又已知$\left|h\left(x\right)\right|\leq 2$的解集为$\left\{\left.x\right|1\leq x\leq 2\right\}$

**所以**$\left\{\begin{array}{c}\frac{a-1}{2}=1\\\frac{a+1}{2}=2\end{array}\right.$**于是**$a=3$