2014年普通高等学校招生全国统一考试北京卷

文科数学

 本试卷共6页，150分。考试时长120分钟，。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题 共40分）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的4个选项中，选出符合题目要求的一项。

1.若集合，，则（ ）

 A. B. C. D.

2.下列函数中，定义域是且为增函数的是（ ）

 A. B. C. D.

3.已知向量，，则（ ）

 A. B. C. D.

4.执行如图所示的程序框图，输出的值为（ ）

 A. B. C. D.



5.设、是实数，则“”是“”的（ ）

 A.充分而不必要条件 B.必要而不必要条件

 C.充分必要条件 D.既不充分不必要条件

6.已知函数，在下列区间中，包含零点的区间是（ ）

 A. B. C. D.

7.已知圆和两点，，若圆上存在点

，使得，则的最大值为（ ）

 A. B. C. D.

8.加工爆米花时，爆开且不糊的粒数的百分比称为“可食用率”.咋特定条件下，可食用率

与加工时间（单位：分钟）满足的函数关系（、、是常数），下图

记录了三次实验的数据.根据上述函数模型和实验数据，可以得到最佳加工时间为（ ）

 A.分钟 B.分钟 C.分钟 D.分钟



第2部分（非选择题 共110分）

**二、填空题共6小题，每小题5分，共30分。**

9.若，则 .

10.设双曲线的两个焦点为，，一个顶点式，则的方程为

 .

11.某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的最长棱的棱长为 .



12.在中，，，，则 ； .

13.若、满足，则的最小值为 .

14.顾客请一位工艺师把、两件玉石原料各制成一件工艺品，工艺师带一位徒弟完成这

项任务，每件颜料先由徒弟完成粗加工，再由工艺师进行精加工完成制作，两件工艺品都

完成后交付顾客，两件原料每道工序所需时间（单位：工作日）如下：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  工序 时间原料 | 粗加工 | 精加工 |
| 原料 |  |  |
| 原料 |  |  |

则最短交货期为 工作日.

**三、解答题共6小题，共80分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。**

15.（本小题满分13分）已知是等差数列，满足，，数列满足，，且是等比数列.

（1）求数列和的通项公式；

（2）求数列的前项和.

16.（本小题满分13分）函数的部分图象如图所示.

（1）写出的最小正周期及图中、的值；

（2）求在区间上的最大值和最小值.



17.（本小题满分14分）如图，在三棱柱中，侧棱垂直于底面，，，、分别为、的中点.

（1）求证：平面平面；

（2）求证：平面；

（3）求三棱锥的体积.



18. （本小题满分13分）

从某校随机抽取100名学生，获得了他们一周课外阅读时间（单位：小时）的数据，整理得到数据分组及频数分布表和频率分布直方图：



（1）从该校随机选取一名学生，试估计这名学生该周课外阅读时间少于12小时的概率；

（2）求频率分布直方图中的a，b的值；

（3）假设同一组中的每个数据可用该组区间的中点值代替，试估计样本中的100名学生该周课外阅读时间的平均数在第几组（只需写出结论）

19. （本小题满分14分）

已知椭圆C：.

1. 求椭圆C的离心率；

（2）设O为原点，若点A在直线，点B在椭圆C上，且，求线段AB长度的最小值.

20. （本小题满分13分）

已知函数.

（1）求在区间上的最大值；

（2）若过点存在3条直线与曲线相切，求t的取值范围；

（3）问过点分别存在几条直线与曲线相切？（只需写出结论）

数学（文）（北京卷）参考答案

1. 选择题

（1）C （2）B （3）A （4）C （5）D （6）C （7）B （8）B

1. 填空题

（9）2 （10） （11） （12）2,  （13）1 （14）42

三、 解答题

（15）解：

（I）设等差数列的公差为，由题意得：，

所以，

设等比数列的公比为，由题意得：，解得.

所以，从而.

（II）由（1）知，，

数列的前n项和为，数列的前n项和为，

所以数列的前n项和为.

（16）解：

（I）的最小正周期为，，.

（II）因为，所以，于是

当，即时，取得最大值0；

当，即时，取得最小值.

（17）解：

（I）在三棱柱中，底面ABC，所以AB，

又因为AB⊥BC，所以AB⊥平面，所以平面平面.

（II）取AB中点G，连结EG，FG，

因为E，F分别是、的中点，所以FG∥AC，且FG=AC，

因为AC∥，且AC=，所以FG∥，且FG=，

所以四边形为平行四边形，所以EG，

又因为EG平面ABE，平面ABE，

所以平面.

（III）因为=AC=2，BC=1，AB⊥BC，所以AB=，

所以三棱锥的体积为：==.

（18）解：

（I）根据频数分布表，100名学生中课外阅读时间不少于12小时的学生共有

6=2+2=10名，所以样本中的学生课外阅读时间少于12小时的频率是.

从该校随机选取一名学生，估计这名学生该周课外阅读时间少于12小时的概率为.

（II）课外阅读时间落在组的有17人，频率为，所以，

课外阅读时间落在组的有25人，频率为，所以.

（III）估计样本中的100名学生课外阅读时间的平均数在第4组.

（19）解：

（I）由题意，椭圆C的标准方程为，

所以，从而，

因此，故椭圆C的离心率.

（II）设点A，B的坐标分别为，其中，

因为，所以，即，解得，又，

所以==

==，

因为，且当时间等号成立，所以，

故线段AB长度的最小值为.

（20）解：

（I）由得，令，得或，

因为，，，，

所以在区间上的最大值为.

（II）设过点P（1，t）的直线与曲线相切于点，则

，且切线斜率为，所以切线方程为，

因此，整理得：，

设，则“过点存在3条直线与曲线相切”等价于“有3个不同零点”， =，

与的情况如下：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 0 |  | 1 |  |
|  | + | 0 |  | 0 | + |
|  |  | t+3 |  |  |  |

所以，是的极大值，是的极小值，

当，即时，此时在区间和上分别至多有1个零点，所以

至多有2个零点，

当，时，此时在区间和上分别至多有1个零点，所以

至多有2个零点.

当且，即时，因为，，

所以分别为区间和上恰有1个零点，由于在区间和上单调，所以分别在区间和上恰有1个零点.

综上可知，当过点存在3条直线与曲线相切时，t的取值范围是.

（III）过点A（-1，2）存在3条直线与曲线相切；

过点B（2，10）存在2条直线与曲线相切；

过点C（0，2）存在1条直线与曲线相切.